Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Liebe künftige Schülerinnen und Schüler

des Fachgymnasiums !!!

Wir Mathematikkollegen der BBS Buchholz i. d. N. bieten Ihnen hier auf diesen Seiten alle mathematischen Inhalte, die wir zur aktiven Teilnahme am Mathematikunterricht „voraussetzen".

Die Inhalte haben Sie alle in den Klassen 5 – 10 gelernt.

Damit Sie ganz genau wissen, was wir meinen und erwarten, sind die Seiten so aufgebaut, dass es eine kurze mathematische Zusammenfassung gibt und dann immer einige Übungsaufgaben mit Lösungen bzw. Beispielaufgaben.

Wenn Sie Fragen zum künftigen Mathematikunterricht haben, wenden Sie sich gern an mich!

Wir wünschen Ihnen viele „Aha – Erlebnisse" beim Durchschauen dieser mathematischen Inhalte.

Im Namen des Mathematik - Kollegiums der BBS Buchholz

Marion Patyna

Berufsbildende Schulen Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

MATHEMATIK

Wiederholungen und Übungen zum leichteren Einstieg in die einjährige Berufsfachschule und in das Fachgymnasium

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

I. Termumformungen

1. Stellen Sie die Rechnung auf und ermitteln Sie das Ergebnis:

Addition:	Summand + Summand = Summe
Subtraktion:	Minuend - Subtrahend = Differenz
Multiplikation:	Faktor $\cdot$ Faktor = Produkt
Division:	Dividend : Divisor = Quotient

a. Dividiere 1600 durch 64.
b. Subtrahiere von der Zahl 4562 die Zahl 3687.
c. Multipliziere 530 mit 17.
d. Addiere die Zahlen 1589 und 2368.
e. Vermindere den Quotienten von 561 und 33 um die Zahl 6.
f. Berechne das Doppelte der Differenz von 1063 und 172.
g. Addiere zum Dreifachen des Produkts von 76 und 4 den Quotienten der Zahlen 876 und 146.

2. Zahlenmengen

$\mathbb{N}$: natürliche Zahlen
$\mathbb{Z}$: ganze Zahlen
$\mathbb{Q}$: rationale Zahlen
$\mathbb{R}$: reelle Zahlen

Zu welcher kleinsten Zahlenmenge gehört die Zahl?

a. -4　　b. 0,5　　c. $\frac{8}{4}$　　d. $\frac{3}{5}$　　e. $\sqrt{9}$　　f. $\sqrt{3}$

3. Termumformungen

Kommutativgesetz	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$ oder $a\,b = b\,a$
Assoziativgesetz	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a\,b\,c$
Distributivgesetz	$a \cdot (b + c) = a\,b + a\,c$	$(a + b)(c + d) = a\,c + a\,d + b\,c + b\,d$

Formen Sie um und fassen Sie die Terme zusammen:

a. $3(4a-5)-7(2a-3)+4(-3a+5)=$
b. $6(x-3)-2(-7x+4)+9(2x+3)=$
c. $(a+5)(a-3)=$
d. $(9a-4b)(5c+3)=$
e. $(4a-5b)(6a+7b)+(3a-2b)(8a+4b)=$

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Lösungen

1a. **1600 : 64 = 25**

1b. **4562 – 3687 = 875**

1c. **530 · 17 = 9010**

1d. **1589 + 2368 = 3957**

1e. **561 : 33 – 6 = 17 – 6 = 11**

1f. **2 · (1063 – 172) = 2 · 891 = 1782**

1g. **3 · (76 · 4) + (876 : 146) = 3 · 304 + 6 = 912 + 6 = 918**

2a. $-4 \in \mathbb{Z}$

2b. $0{,}5 = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$

2c. $\frac{8}{4} = 2 \in \mathbb{N}$

2d. $\frac{3}{5} \in \mathbb{Q}$

2e. $\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}$

2f. $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$

3 a. $3(4a-5)-7(2a-3)+4(-3a+5) = 12a - 15 - 14a + 21 - 12a + 20 = \underline{-14a + 26}$

3b. $6(x-3)-2(-7x+4)+9(2x+3) = 6x - 18 + 14x - 8 + 18x + 27 = \underline{26x + 1}$

3c. $(a+5)(a-3) = aa - 3a + 5a - 15 = \underline{a^2 + 2a - 15}$

3d. $(9a-4b)(5c+3) = \underline{45ac + 27a - 20bc - 12b}$

3e. $(4a-5b)(6a+7b)+(3a-2b)(8a+4b) =$

$24aa + 28ab - 30ab - 35bb + 24aa + 12ab - 16ab - 8bb =$

$48aa + - 6ab - 43\,bb = \underline{48a^2 - 6ab - 43\,b^2}$

II. Lineare Gleichungen und ihre Lösungsmengen

Merke:

Man löst eine Gleichung, indem man Klammern auflöst, Terme zusammenfasst und auf beiden Seiten der Gleichung

- dieselbe Zahl addiert oder subtrahiert,
- mit derselben Zahl (außer Null) multipliziert oder durch dieselbe Zahl (außer Null) dividiert,

bis die Variable auf einer Seite der Gleichung allein steht.

Gleichungen lassen sich oft nach einem **Ablaufplan** lösen:

1. Lösen Sie die Klammern auf .
Beachten Sie die Vorzeichen.

⇓

2. Fassen Sie auf jeder Seite zusammen.

⇓

3. Ordnen Sie : Glieder mit Variable, Glieder ohne Variable

⇓

4. Formen Sie so lange um, bis die Variable auf einer Seite alleine steht

Beispiel:

$9x + 5 \cdot (2 - x) = 3x - (x - 15)$ | Klammern auflösen

$9x + 10 - 5x = 3x - x + 15$ | zusammenfassen

$4x + 10 = 2x + 15$ | -2x

$2x + 10 = 15$ | -10

$2x = 5$ | 2

$x = 2{,}5$

Berufsbildende Schulen Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Aufgabe 1:

Lösen Sie die Gleichungen.

a) $5\cdot(x+8)+2x+3\cdot(x-12)=6x+14-x$

b) $6\cdot(x-4)+4(6x-3)=2(3x-2)+16$

c) $5+4(3x+1)=11x+44-6x$

d) $12(x+4)+2(3-x+17x)=142$

Aufgabe 2:

Seltsame Gleichungen.

Gibt es Lösungen?

a) $4x+3=4x-2$

b) $2(3x+6)=3(2x+4)$

c) $3x=5x$

d) $4(3y+7)=2(14+6y)$

Aufgabe 3:

Suchen Sie die Fehler, die gemacht wurden.

Rechnen Sie richtig weiter.

a)
$$29-(17-2x)=8x+(12-3x)$$
$$29-17-2x=8x+12-3x$$

b)
$$2(3x+4)-2x-16=0$$
$$6x+4-2x-16=0$$

Aufgabe 4:

Für einen Arbeitsverbesserungsvorschlag wird eine Prämie von 6900 € auf vier Arbeiter verteilt.

BBS
Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Die Prämie soll verteilt so werden, dass der zweite Arbeiter 200 € mehr erhält als der erste.

Der dritte Arbeiter erhält 200 € mehr als der zweite.

Der vierte Arbeiter erhält 200 € mehr als der dritte.

Wie viel € erhält jeder?

L Ö S U N G E N

Aufgabe 1:

Lösungen:

a) x = 2

b) x = 2

c) x = 5

d) x = 2

Aufgabe 2:

Seltsame Gleichungen.

Gibt es Lösungen?

a) Es gibt keine Lösung.

b) Alle Zahlen sind Lösungen. Beide Seiten sind identisch.

c) Nur x = 0 ist die Lösung.

d) Alle Zahlen sind Lösungen. Beide Seiten der Gleichung sind identisch.

Aufgabe 3:

Suchen Sie Fehler, die gemacht wurden.

Rechnen Sie richtig weiter.

a) Die Klammer wurde falsch aufgelöst. Richtige Lösung x = 0.

b) Es wurde nur die erste Zahl in der Klammer multipliziert. Richtige Lösung: x = 2

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Aufgabe 4:

$x + (x + 200) + (x + 400) + (x + 600) = 6900$

$\Leftrightarrow 4x = 5700 \Leftrightarrow x = 1425$

Der erste Arbeiter erhält 1425 €, der zweite 1625 €, der dritte 1825 € und der vierte erhält 2025 €.

III. Quadratischer Gleichungen

I. Rein - quadratische Gleichungen der Form: $ax^2 + c = 0$

Gleichungen, in denen die Variable x nur als x^2 vorkommt, wie z.B. $x^2 = 9$ oder $5x^2 - 20 = 10$ heißen rein - quadratische Gleichungen.

***Beispiel**:* $3x^2 - 12 = 0$

1. Umformen der Gleichung, um x^2 zu isolieren und die Quadratwurzel ziehen zu können:

$3x^2 - 12 = 0 \quad | + 12$
$3x^2 = 12 \quad | : 3$
$x^2 = 4 \quad | \sqrt{}$
$\mathbf{x_1} = 2 \vee \mathbf{x_2} = -2$

2. Lösbarkeit:

→ zwei Lösungen für positive Zahlen (siehe Beispiel $x^2 = 4$)
→ eine Lösung für 0 ($x^2 = 0$)
→ keine Lösung für negative Zahlen ($x^2 = -4$)

II. Gemischt - quadratische Gleichungen der Form:

a) $\mathbf{x^2 + px + q = 0}$ (Normalform)

Die gemischt - quadratische Gleichung hat die Lösungsformel $\boxed{x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$

Den Rechenausdruck $\mathbf{(-\frac{p}{2})^2 - q}$ unter der Wurzel nennt man **Diskriminante (D)** der Gleichung.

Beispiel: $x^2 - 4x - 5 = 0$

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Neben x^2 kommt hier noch ein weiterer Rechenausdruck mit der Variablen x vor, nämlich – 4x.

1. Bestimmen von **p** und **q**:

$p = -4 \qquad q = -5$

$$x_{1,2} = -\frac{\mathbf{-4}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-5)}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4+5}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm 3$$

$x_1 = 2 + 3 \quad \vee \quad x_2 = 2 - 3$

$\mathbf{x_1} = 5 \quad \vee \quad \mathbf{x_2} = -1$

2. Lösbarkeit:

→ zwei Lösungen, wenn **D** > 0 (positiv, siehe Beispiel)
→ eine Lösung, wenn **D** = 0
→ keine Lösung, wenn **D** < 0 (negativ)

b.) $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ (allgemeine Form)

Beispiel: $3x^2 + 30x + 75 = 0$

$3x^2 + 30x + 75 = 0 \quad | :3$

$x^2 + 10x + 25 = 0$

weiter wie in Beispiel a) → Bestimmen von p / q und anwenden der Formel.

Aufgaben zu I:	Aufgaben zu II:
(1) $0 = x^2 - 16$	(1) $0 = x^2 - 2x - 3$
(2) $0 = 6x^2 + 54$	(2) $0 = 3x^2 + 30x + 75$
(3) $0 = -5x^2 + 125$	(3) $0 = x^2 + 4x + 5$

BBS
Berufsbildende Schulen Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Lösungen zu I:

(1)
$$0 = x^2 - 16 \quad | +16$$
$$16 = x^2 \quad | \sqrt{\ }$$

$\rightarrow x_1 = 4 \quad \vee \quad x_2 = -4$

(2)
$$0 = 6x^2 + 54 \quad | :6$$
$$0 = x^2 + 9 \quad | -9$$
$$-9 = x^2 \quad | \sqrt{\ }$$

$\rightarrow$ keine Lösung

(3)
$$0 = -5x^2 + 125 \quad | :(-5)$$
$$0 = x^2 - 25 \quad | +25$$
$$25 = x^2 \quad | \sqrt{\ }$$

$\rightarrow x_1 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -5$

Lösungen zu II:

(1) $0 = x^2 - 2x - 3$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+3}$$
$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{4}$$
$$x_{1,2} = 1 \pm 2$$

$\rightarrow x_1 = 3 \quad \vee \quad x_2 = -1$

(2)
$$0 = 3x^2 + 30x + 75 \quad | :3$$
$$0 = x^2 + 10x + 25$$

$$x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25-25}$$
$$x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{0}$$
$$x_{1,2} = -5 \pm 0$$

$\rightarrow x_{1,2} = -5$

(3) $0 = x^2 + 4x + 5$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4-5}$$
$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-1}$$

$\rightarrow$ keine Lösung, da **D** < 0

IV. Lineare Gleichungssysteme

Gegeben sind zwei lineare Gleichungen mit den Variablen *x* und *y*.
Gesucht ist der *x*-Wert und der *y*-Wert, für die man beim Einsetzen in **beide** Gleichungen eine **wahre Aussage** erhält.

Zur Lösung des Gleichungssystems können drei Verfahren angewendet werden:

Gleichsetzungsverfahren, Einsetzungsverfahren und **Additionsverfahren**.

Alle drei führen zur gleichen Lösung.

BBS Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Die Wahl des günstigsten Verfahrens ist davon abhängig, in welcher Form die Gleichungen gegeben sind.

Beispiel:

1. Lösung durch Gleichsetzungsverfahren

Gegeben sind die Gleichungen $y = 2x + 1$
$y = 4 - x$

Das Gleichsetzen der y - Werte ergibt eine Gleichung mit nur einer Variablen x.
Die Variable y wurde eliminiert. $2x + 1 = 4 - x$

Die Auflösung nach x ergibt $x = 1$
Einsetzen in eine der beiden Gleichungen ergibt $y = 3$

2. Lösung durch Einsetzungsverfahren

... bietet sich an, wenn die Gleichungen z. B. in der Form $y = 2x + 1$
$y + x = 4$ gegeben sind.

Die erste, nach y aufgelöste Gleichung wird in die zweite Gleichung eingesetzt. Dies geschieht, indem man den y - Wert ersetzt. Es ergibt sich eine Gleichung mit nur einer Variablen x. Die Variable y wurde eliminiert. $2x + 1 + x = 4$

Die Auflösung nach x ergibt $x = 1$
Einsetzen in eine der beiden Gleichungen ergibt $y = 3$

3. Lösung durch Additionsverfahren

... bietet sich an, wenn die Gleichungen z. B. in der Form $2x - y = -1$
$x + y = 4$ gegeben sind.

Bei der Addition der beiden Gleichungen fällt eine der beiden Variablen weg, hier y. Es ergibt sich eine Gleichung mit nur einer Variablen x.
Die Variable y wurde eliminiert. $3x = 3$

Die Auflösung nach x ergibt $x = 1$
Einsetzen in eine der beiden Gleichungen ergibt $y = 3$

Berufsbildende Schulen Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

(Stimmen die Koeffizienten beider Variablen nicht überein, ist es zweckmäßig, die Gleichungen erst so mit einem Faktor zu multiplizieren, dass bei anschließender Addition eine der Variablen wegfällt.)

Die **Lösung** des linearen Gleichungssystems lautet in allen Fällen	$x = 1$ und $y = 3$
als **Zahlenpaar** dargestellt	$(1;3)$
Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems	$L = \{(1;3)\}$

Aufgaben:

1. Löse mit dem Einsetzungsverfahren!

$$y = -x + 3$$
$$y + 3x = 3$$

2. Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren!

$$-3x + 1 = y$$
$$4x - 6 = y$$

3. Löse mit dem Additionsverfahren!

$$2x + 3y = -1$$
$$3x + 2y = 4$$

4. Löse mit dem Einsetzungsverfahren!

$$y = -x + 3$$
$$y + x = 3$$

5. Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren!

$$-3x + 1 = y$$
$$-3x - 6 = y$$

Lösungen:

BBS Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

zu 1.

$$-x+3+3x=3$$
$$2x=0$$
$$x=0$$
$$y=0+3=3$$
$$L=\{(0;3)\}$$

zu 2.

$$-3x+1=4x-6$$
$$-7x=-7$$
$$x=1$$
$$2+3y=-1$$
$$3y=-3$$
$$y=-1$$
$$L=\{(1;-1)\}$$

zu 3.

$$6x+9y=-3$$
$$-6x-4y=-8$$
Addition ergibt
$$5y=-11$$
$$y=-2{,}2$$
$$2x-6{,}6=-1$$
$$2x=5{,}6$$
$$x=2{,}8$$
$$L=\{(2{,}8;-2{,}2)\}$$

zu 4.

$$-x+3+x=3$$
$$3=3$$
wahre Aussage
unendlich viele Lösungen
$$L=R*R$$

zu 5.

$$-3x+1=-3x-6$$
$$1=-6$$
falsche Aussage
keine Lösung
$$L=\{\ \}$$

V. Lineare Funktionen

Eine lineare Funktion beinhaltet einen x- Wert in 1. Potenz und wird durch eine Gerade im Koordinatensystem dargestellt. (linea recta (lat.) = Gerade)

- Wertetabelle

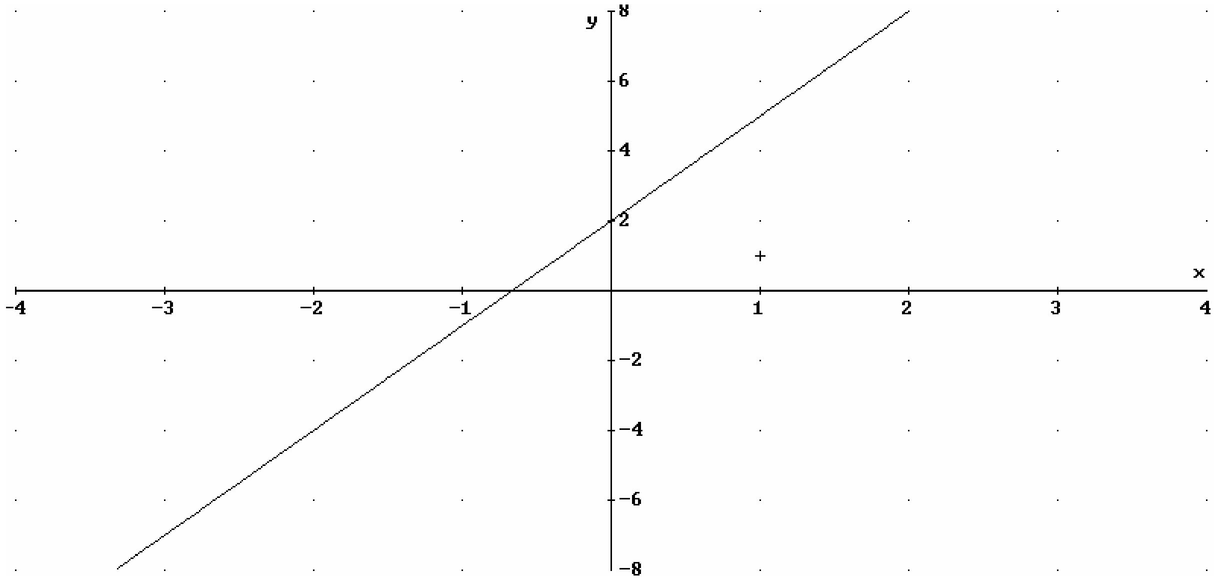
Man stellt eine Wertetabelle auf, indem man in die Funktionsgleichung die x- Werte aus der Definitionsmenge (D) einsetzt und die jeweiligen y –Werte (f(x) – Werte) ausrechnet.

Beispiel: *f(x) = 3x + 2* oder *y = 3x + 2*

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-4	-1	2	5	8

- Funktionsgraph

Die Zahlenpaare (Punkte) aus der Wertetabelle werden in ein Koordinatensystem übertragen. Wenn man die Punkte verbindet, erhält man den Graphen der Funktion.
f(x) = 3x + 2 oder y = 3x + 2



- <u>Funktionsgleichung</u>

Durch die Funktionsgleichung wird jedem x – Wert der Definitionsmenge (D) ein f(x) – Wert (y – Wert) zugeordnet. Die Menge aller y – Werte nennt man Wertemenge (W).

<u>Aufstellen eine Funktionsgleichung</u>

- **Ursprungsgerade**

Eine Ursprungsgerade hat die allgemeine Form $f(x) = mx$ oder $y = mx$

- **Steigung**

Aus der allgemeinen Form der Ursprungsgeraden erkennt man, dass die Steigung durch m angegeben wird. Sie gibt an, um wie viele Einheiten sich der Funktionswert ändert, wenn sich x um eine Einheit ändert.

- **beliebige Gerade**

Eine beliebige Gerade hat die allgemeine Form $f(x) = mx + b$.

- **Schnittstellen**

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Der Summand b gibt die Schnittstelle mit der y- Achse an. Rechnerisch ergibt sich die Schnittstelle durch $x = 0$

$$f(0) = m \cdot 0 + b = b$$

Die Schnittstelle mit der x – Achse (Nullstelle) ergibt sich rechnerisch : $f(x) = 0$

$$0 = mx + b \quad \Rightarrow \quad \frac{-b}{m} = x_N$$

Die Schnittpunkte zweier Geraden wird berechnet, indem man die Funktionsterme gleichsetzt und nach x auflöst (siehe: Lineare Gleichungssysteme).

VI. Quadratische Funktionen

Allgemein:	$f(x) = x^2$	Normalparabel
	$f(x) = ax^2 + bx + c$	Polynomschreibweise
	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	Linearfaktordarstellung
	$f(x) = a(x - u)^2 + v$	Scheitelpunktform

Jede Schreibweise einer quadratischen Funktion lässt sich in die anderen Formen überführen, jede Schreibweise hat ihre Vorteile im Hinblick auf die Zeichnung des Funktionsgraphen.

1. Aus der Polynomdarstellung erkennt man den Schnittpunkt mit der y- Achse: $S_y (0 ; c)$
2. Aus der Linearfaktordarstellung lassen sich sofort die Nullstellen (Schnittpunkte mit der x – Achse) ablesen: $S_x (x_1 ; 0)$ und $S_x (x_2 ; 0)$.
3. Aus der Scheitelpunktform lässt sich sofort der Scheitelpunkt (Tiefpunkt oder Hochpunkt) ablesen: S (u ; v).
4. Das „a“ gibt an, ob der Funktionsgraph nach oben ($a > 0$) oder nach unten ($a < 0$) geöffnet ist.
   Außerdem erkennt man daran, ob der Graph gestreckt ($|a| > 1$) oder gestaucht ($|a| < 1$) ist.
5. Das „u“ gibt die Verschiebung des Graphen in Richtung x- Achse an. Ist das u negativ, wird der Graph nach rechts verschoben. Ist das u positiv, wird der Graph nach links verschoben.
6. Das „v“ gibt die Verschiebung des Graphen in Richtung y - Achse an. Ist das v negativ, wird der Graph nach unten verschoben. Ist das v positiv, wird der Graph nach oben verschoben.

Beispiel:

Gegeben sind folgende quadratische Funktionen:

a) $$f(x) = -x^2 + 6x - 5 = -(x-5)(x-1) = -(x-3)^2 + 4$$

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

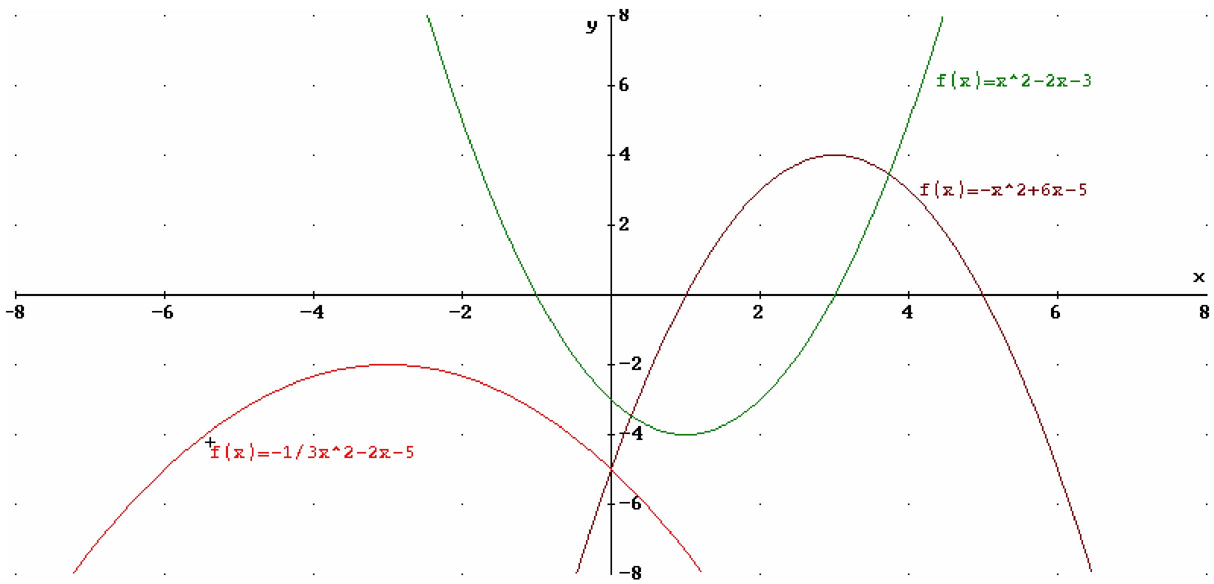
b) $f(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) = (x-1)^2 - 4$

c) $f(x) = -\tfrac{1}{3}x^2 - 2x - 5 = -\dfrac{1}{3}(x+3)^2 - 2$

a) S_x (5 ; 0) und S_x (1; 0) und S_y (0 ; -5), nach oben geöffnet, weder gestaucht
noch gestreckt und S (3 ; 4).

b) S_x (3 ; 0) und S_x (-1; 0) und S_y (0 ; -3), nach unten geöffnet, weder gestaucht noch gestreckt und S (1 ; -4).

c) S_x: keine und S_y (0 ; -5), nach unten geöffnet, gestaucht und S (-3 ; -2).



Aufgaben:

Forme in die beiden anderen Schreibweisen um, und zeichne die Graphen

BBS
Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

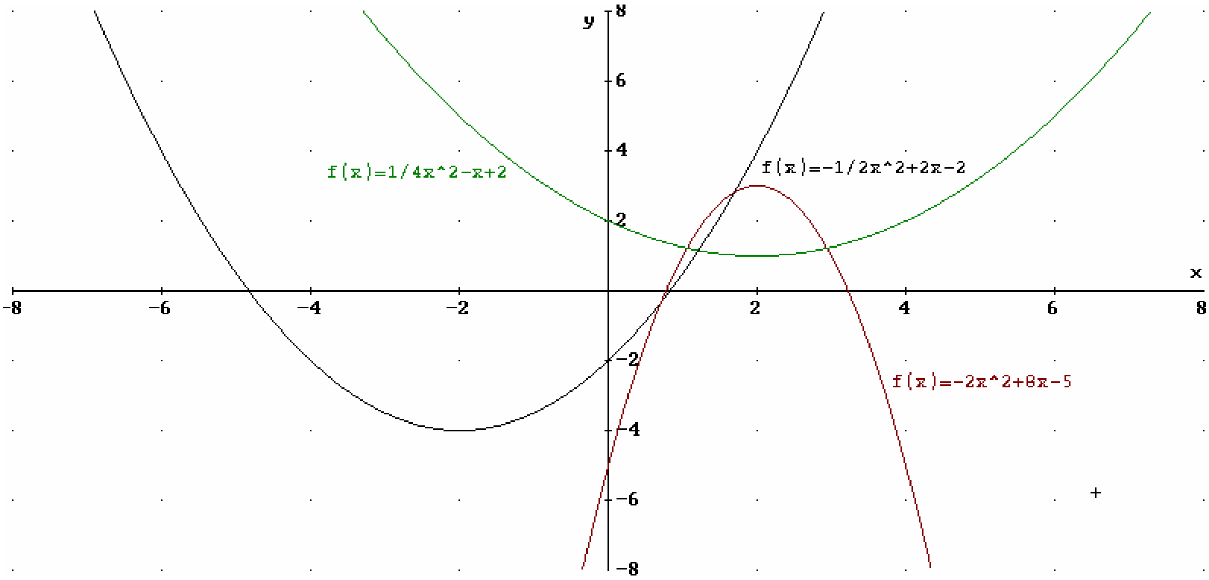
a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

b) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

c) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Lösungen:



VII. Dreisatz

Es gibt zwei Arten von Dreisatz,

den **geraden (proportionalen)** und den **ungeraden (antiproportionalen)** Dreisatz.

Zunächst ist es unerheblich, um welche Art des Dreisatzes es sich handelt. Man startet immer gleich, d. h. man sucht aus dem Text die zusammengehörigen Größen heraus. Es werden dafür immer gleiche Größen untereinander geschrieben.

Beispiel:

Ein Unternehmen beschäftigt acht Mitarbeiter, die eine Garage bauen sollen. Sie werden für dieses Bauprojekt 6 Tage benötigen. Nun sind jedoch 5 Arbeitskräfte erkrankt. Wie lange benötigen die verbleibenden Mitarbeiter für dieses Bauprojekt?

8 Arbeitskräfte	-	6 Tage
3 Arbeitskräfte	-	x Tage

Nun muss man feststellen, um welche Art des Dreisatzes es sich handelt. Dafür stehen einem Merksätze zur Verfügung:

Gerader Dreisatz:	je mehr ……., desto mehr ….. je weniger …, desto weniger …..

BBS
Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Ungerader Dreisatz:	je weniger …., desto mehr …..
	je mehr …….., desto weniger …...

zurück zum Beispiel:

Je **weniger** Arbeitskräfte arbeiten, desto **mehr** Zeit benötigen sie. ➔ **ungerades Verhältnis**

Rechenweg: $x = \dfrac{8 Arbeitskräfte \cdot 6 Tage}{3 Arbeitskräfte} = \underline{\underline{16 \text{ Tage}}}$

weiteres Beispiel:

Familie Müller möchte ihre Wohnung streichen. Sie hat bisher 30 Liter Farbe gekauft und konnte damit 54 m² Wandfläche streichen. Wie viel Liter Farbe benötigt sie, wenn sie insgesamt 351 m² streichen würden?

54 m²	-	30 Liter Farbe
351 m²	-	x Liter Farbe

Je **mehr** Wandfläche gestrichen werden soll, desto **mehr** Farbe wird benötigt.
➔ **gerades Verhältnis**

Rechenweg: $x = \dfrac{351 m^2 \cdot 30 Liter}{54 m^2} = \underline{\underline{195 \text{ Liter Farbe}}}$

Dreisatzaufgaben

1. Drei Maurer benötigen zum Errichten einer Mauer zwei Tage. Wie lange würden zwei Maurer brauchen, um dieselbe Mauer zu errichten?

2. Ein Heizvorrat besteht aus acht Zentnern Kohle und reicht 20 Wochen. Wie lange würde der Heizvorrat reichen, wenn er nur aus fünf Zentnern Kohle bestünde? (1 Zentner = 50 kg)

3. In einer Fabrik arbeiten 120 Arbeiter bei achtstündiger Arbeitszeit. Wie viele Arbeiter müssten neu eingestellt werden, wenn bei gleichbleibender Produktion die Arbeitszeit auf 7 ½ Stunden verkürzt werden soll?

4. Jemand hat in einem Geschäft acht Kerzen zu 2,80 € das Stück gekauft. Nun will er die Kerzen umtauschen gegen solche, die 3,20 € das Stück kosten. Wie viel Kerzen erhält er, ohne zuzahlen zu müssen?

BBS Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

5. Ein Zweitaktmotor benötigt für 20 Liter Benzin 0,8 Liter Öl. Wie viel Liter Öl werden für 95 Liter Benzin benötigt?

6. Im Tank eines Autos befinden sich noch 57 Liter Benzin. Wie weit kann das Auto noch fahren, wenn es einen Verbrauch von 12 Litern auf 100 km hat?

7. Zum Bau einer Mauer hätten 7 Maurer 8 Tage gebraucht. Nun sind drei Maurer erkrankt. Wie lange dauert der Bau der Mauer?

8. Ein Zimmer hat eine Größe von 3,75 m x 5,10 m. Es soll mit Teppichfliesen ausgelegt werden, die eine Größe von 30 cm x 30 cm haben. Wie viele dieser Teppichfliesen werden benötigt?

9. Für die Anfertigung eines Ballen Stoffs, der 140 cm breit und 200 m lang ist, braucht eine Weberei 56 kg Garn. Wie viel kg Garn werden für einen Ballen des gleichen Gewebes benötigt, der 95 cm breit und 300 m lang ist?

10. Die Batterie, mit der 8 Lampen zur Sicherung einer Baustelle versorgt werden, reicht für elf Nächte. Wie lange reicht sie, wenn drei Lampen zusätzlich angeschlossen werden?

Dreisatzaufgaben - Lösungen

1. **ungerade, x = 3 Tage**
2. **gerade; x = 12,5 Wochen**
3. **ungerade; x = 128 ➔ 8 Arbeiter müssen zusätzlich eingestellt werden**
4. **ungerade; x = 7 Kerzen**
5. **gerade; x = 3,8 l Öl**
6. **gerade; x = 475 km**
7. **ungerade; x = 14 Tage**
8. **gerade; x = 212,5 Teppichfliesen**
9. **gerade; x = 57 kg Garn**
10. **ungerade; x = 8 Nächte**

BBS
**Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.**
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

VIII. Prozentrechnung

Grundlage ist die Prozentformel:

$\boxed{w = \dfrac{g \cdot p}{100}}$ mit $g =$ Grundwert, $p =$ Prozentsatz [%] und $w =$ Prozentwert

In den überwiegend wirtschaftlichen Anwendungsaufgaben wird diese Grundformel für die Berechnung der Lösungen nach allen Variablen umgestellt.

Prozentwerte werden auch graphisch in Säulendiagrammen/ Kreisdiagrammen dargestellt.

Beispielaufgaben:

1. Gib den Anteil in [%] an : 0,42 m von 2,00 m.

   Lösung: $p = \dfrac{w \cdot 100}{g} = \dfrac{0{,}42m \cdot 100}{2{,}00m} = 21\%$

2. Berechne den Grundwert: 23 % von g sind 125 m.

   Lösung: $g = \dfrac{w \cdot 100}{p} = \dfrac{125m \cdot 100}{23} = 543{,}48m$ (sinnvoll gerundet)

3. Berechne den Prozentwert: 0,35 % von 7140 kg.

   Lösung: $w = \dfrac{g \cdot p}{100} = \dfrac{7140kg \cdot 0{,}35}{100} = 24{,}990kg$

4. Durch einen Anbau konnte die Wohnfläche eines Hauses von 148 m² auf 176 m² vergrößert werden. Um wie viel % wurde die Wohnfläche vergrößert?

   Lösung: $g = 148$ m², $w = 176$ m² - 148 m² = 28 m², $p = \dfrac{28 \cdot 100}{148} = 18{,}9\%$

(gerundet)

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

IX. Zinsrechnung

Grundlage ist die allgemeine Tageszinsformel

$\boxed{z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}}$ mit $k =$ Kapital [€], $p =$ Zinssatz [%], $t =$ Zinstage und $z =$ Zinsen [€]

Jeder Monat hat 30 Zinstage, ein Jahr hat 360 Zinstage!

In den überwiegend wirtschaftlichen Anwendungsaufgaben wird diese Grundformel für die Berechnung der Lösungen nach allen Variablen umgestellt.

Beispielaufgaben

1. Herr Meyer hat sein Konto mit 2500 € für 14 Tage überzogen. Der Zinssatz für den
   Überziehungskredit beträgt 12,25 %. Wie viel Zinsen muss er bezahlen?

   Lösung: $z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{2500 \cdot 12{,}25 \cdot 14}{100 \cdot 360} = 11{,}91€$ (gerundet)

2. Frau Wagner hat am Jahresanfang Geld auf einem Sparbuch angelegt. Bei einem Zinssatz von 2,5 % erhält sie nach Ablauf von 10 Monaten 8,75 € Zinsen. Wie viel
   Geld hat sie angelegt?

   Lösung: $k = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t} = \frac{8{,}75 \cdot 100 \cdot 360}{2{,}5 \cdot 300} = 420{,}00€$

Berufsbildende Schulen Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

X. Bruchrechnung und Bruchgleichung

1. Rechnen mit Brüchen

Zur Beschreibung von Anteilen werden Brüche, wie z.B. $\frac{1}{5}, \frac{2}{7} oder \frac{1}{2}$, verwendet. Die obere Zahl des Bruches wird als **Zähler**, die untere als **Nenner** bezeichnet. Brüche, bei denen der Zähler gleich dem Nenner oder größer als der Nenner ist, wie z.B. $\frac{5}{5}, \frac{9}{7} oder \frac{3}{2}$, heißen **unechte Brüche**.

Beschränkt sich die Bruchrechnung auf ganzzahlige Zähler und Nenner, stellt in diesem Fall der Bruch eine rationale Zahl dar und kann auch durch eine endliche oder periodische Dezimalzahl dargestellt werden.

Grundsätzlich gilt: Durch Null darf man nicht dividieren.

Der Nenner eines Bruches muss $\neq 0$ sein, denn wäre z.B. der Wert eines Bruches $\frac{a}{0} = z$, so müsste die Probe $z \cdot 0 = a$ ergeben. Für $a \neq 0$ ist dies falsch. Für $a = 0$ liegt die Aufgabe $\frac{0}{0} = z$; die Probe liefert $z \cdot 0 = 0$, was für jede beliebige Zahl z gilt. Daher hat $\frac{0}{0}$ kein eindeutiges Ergebnis und ist nicht sinnvoll.

2. Erweitern eines Bruches mit einer Zahl $k \neq 0$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$$

Regel: Der Zähler und Nenner des Bruches werden mit derselben Zahl $k \neq 0$ multipliziert.

Beispiel: Wir erweitern den Bruch $\frac{2}{5}$ mit der Zahl 3:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3}$$

Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

3. Kürzen eines Bruches durch eine Zahl $k \neq 0$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \quad \text{bzw.} \quad \frac{a}{b} = \frac{c \cdot k}{d \cdot k} = \frac{c}{d}$$

Regel: Der Zähler und Nenner des Bruches werden durch dieselbe Zahl $k \neq 0$ dividiert.

Beispiel: Wir kürzen den Bruch $\frac{15}{25}$ durch 5:

$$\frac{15}{25} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \frac{3}{5} \quad \text{bzw.} \quad \frac{15}{25} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

4. Addition und Subtraktion zweier Brüche

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

Regel: Die Brüche werden *gleichnamig* gemacht, d.h. auf einen *gemeinsamen* Nenner, den sog. *Hauptnenner*, gebracht. Der Hauptnenner ist das *kleinste gemeinsame Vielfache* der Einzelnenner.

Beispiel: $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2 \cdot 4}{4 \cdot 5} = \frac{15 + 8}{20} = \frac{23}{20}$ (Hauptnenner: $4 \cdot 5 = 20$)

5. Multiplikation zweier Brüche

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Regel: Zwei Brüche werden *multipliziert*, indem man ihre Zähler und Nenner miteinander multipliziert.

Beispiel: $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$

6. Division zweier Brüche (Doppelbruch)

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Regel: Zwei Brüche werden *dividiert*, indem man mit dem *Kehrwert* des Divisors (Kehrwert des Nennerbruches) *multipliziert*.

Beispiel: $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20}$

7. Bruchgleichung

(Dieses Gebiet wird auf jeden Fall intensiv in Klasse 11 behandelt!)

Definition: Ein Quotient zweier ganzrationaler Terme, dessen Nennerterm mindestens eine Variable enthält, heißt *Bruchterm*. Eine Gleichung, die nur ganzrationale Terme und mindestens einen Bruchterm enthält, heißt Bruchgleichung.

Beispiel: $\frac{4x-11}{2x+3}$ und $\frac{2}{x-1}$ sind Bruchterme,

$\frac{4x-11}{2x+3} = \frac{2}{x-1}$ ist eine Bruchgleichung.

BBS Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Aufgaben

Aufgabe 1

Kürze die Bruchterme und fasse so weit wie möglich zusammen.

1. $\frac{3a + 3b}{7a + 7b}$ 2. $\frac{27abcd}{3bc}$ 3. $\frac{12a + 16ak - 8ax}{4ax}$

4. $\frac{mx - m - nx + n}{am - bm - an + bn}$ 5. $\frac{3a^2 - 6ab + 3b^2}{12a^2 - 12b^2}$ 6. $\frac{2x + 2y}{4x^2 - 4y^2}$

7. $\frac{(x + y)^2}{x^2 + 2xy + y^2}$

Aufgabe 2

Addiere bzw. subtrahiere die Bruchterme.

1. $\frac{3x}{6} + \frac{5x}{9} + \frac{12x}{3}$ 2. $\frac{7x}{15x} - \frac{n + x}{5x} + \frac{n + x}{3x}$

3. $\frac{x + y}{x - y} + \frac{x}{y} + 1$ 4. $\frac{x^2 + 1}{x + 1} - (x - 1)$

5. $\frac{x + 3}{x + 2} - \frac{2x - 1}{x^2 + 4x + 4} - \frac{x + 1}{x + 2}$

Aufgabe 3

Multipliziere die Bruchterme und fasse so weit wie möglich zusammen.

1. $\frac{30ay}{25xz} \cdot \left(-\frac{125bx}{10ay}\right)$ 2. $\frac{a + b}{4x + 4y} \cdot \frac{5x + 5y}{a - b}$

3. $\frac{6ab}{5\cdot(x + y)} \cdot \frac{25\cdot(x + y)}{3b}$ 4. $\frac{mn + 2k}{n + 1} \cdot \frac{n^2 - 1}{4mn + 8k}$

Aufgabe 4

Dividiere die Bruchterme und fasse so weit wie möglich zusammen.

1. $\frac{144abx}{3c} : 12ax$ 2. $\frac{6\cdot(x + y)}{54\cdot(a + b)} : \frac{12\cdot(x + y)}{27\cdot(a - b)}$

3. $\dfrac{a^2 - 25}{a - 5} : \dfrac{3a + 15}{6}$

4. $\dfrac{2a^2 + 4a + 2}{4a^2 - 16} : \dfrac{a^2 + 2a + 1}{a^2 - 4a + 4}$

Aufgabe 5

Löse folgende Bruchgleichungen. Bestimme stets zunächst die Definitionsmenge.

1. $\dfrac{x+3}{x+5} = \dfrac{x-1}{x-4}$

2. $\dfrac{x+1}{x-3} = \dfrac{x-1}{x+2}$

3. $\dfrac{x-1}{2x-3} = \dfrac{x+3}{2x+4}$

4. $\dfrac{15x-3}{3x+2} = \dfrac{5x+4}{x+2}$

5. $\dfrac{x-1}{x+1} = \dfrac{2x-5}{2x+3}$

6. $\dfrac{2x-5}{4x+3} = \dfrac{3x-2}{6x-1}$

7. $\dfrac{3x+4}{3x-6} = \dfrac{x+5}{x-4}$

**Berufsbildende Schulen
Buchholz i. d. N.**
Sprötzer Weg 33, 21244 Buchholz
Tel. 04181/9094-0 FAX 04181/9094-50

Lösungen

Aufgabe 1

1. $\frac{3}{7}$ 2. $9ad$ 3. $\frac{3+4k-2x}{x}$

4. $\frac{-(m-n-mx+nx)}{am-an-bm+bn}$ 5. $\frac{(a-b)}{4(a+b)}$ 6. $\frac{1}{2(x-y)}$

7. 1

Aufgabe 2

1. $\frac{91x}{18}$ 2. $\frac{9x+2n}{15x}$ 3. x^2+xy

4. 0 5. 5

Aufgabe 3

1. $-\frac{15bx}{xz}$ 2. $\frac{5(a+b)}{4(a+b)}$ 3. $10a$

4. $\frac{n-1}{4}$

Aufgabe 4

1. $\frac{4b}{c}$ 2. $\frac{a-b}{4(a+b)}$ 3. 2

4. $\frac{(a-2)}{2(a+2)}$

Aufgabe 5

1. $Q \backslash \{-5; 4\}$
   $IL = -\frac{7}{5}$

2. $Q \backslash \{3; -2\}$
   $IL = \frac{1}{7}$

3. $Q \backslash \left\{\frac{3}{2}; -2\right\}$
   $IL = 5$

4. $Q \backslash \left\{-\frac{2}{3}; -2\right\}$
   $IL = \frac{14}{5}$

5. $Q \backslash \left\{-1; -\frac{3}{2}\right\}$

6. $Q \backslash \left\{-\frac{3}{4}; \frac{1}{6}\right\}$

$IL = -\frac{1}{2}$

$IL = \frac{1}{3}$

7. $Q \backslash \{-2;4\}$ $\quad IL = \frac{14}{17}$